

# 压缩等效源在水下结构散射声场重建中的应用

安步潮<sup>1</sup>, 何元安<sup>2,3,4</sup>, 宋昊<sup>5</sup>, 胡宇安<sup>5</sup>, 闫孝伟<sup>5</sup>

(1. 浙江大学海洋学院, 浙江舟山 314400; 2. 哈尔滨工程大学水声技术全国重点实验室, 黑龙江哈尔滨 150001; 3. 海洋信息获取与安全工信部重点实验室(哈尔滨工程大学), 工业和信息化部, 黑龙江哈尔滨 150001; 4. 哈尔滨工程大学水声工程学院, 黑龙江哈尔滨 150001; 5. 中国船舶集团有限公司系统工程研究院, 北京 100094)

**摘要:**针对水下结构散射声场重建中测点较少时精度受限的问题,本文提出一种融合压缩等效源方法。该方法结合压缩感知框架与等效源法,通过联合稀疏表征入射声源与散射等效源模态系数,实现单层声压测量面下的声场分离与重建。结果表明:融合压缩等效源方法可准确重建圆柱壳模型的散射场,且在少量测点下的远场重建任务中优于传统方法;当入射声源先验信息失配时会带来重建误差,但入射声源位于远场时影响较小。通过设置入射虚源,可使融合压缩等效源方法适用于半空间与理想波导环境。湖试数据验证进一步表明,该方法在单层测点条件下能有效分离重建散射声场。湖上试验证实,该方法仅需单层传感器即可达到与传统双层测量方法相当的散射场重建精度,显著降低了工程实施的复杂度。

**关键词:**声散射;等效源法;声全息;压缩感知;声场分离;声场重建;波导;虚源法

**DOI:** 10.11990/jheu.202506055

**网络出版地址:** <https://link.cnki.net/urlid/23.1390.U.20250701.1020.002>

**中图分类号:** O427.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7043(2025)08-1495-08

## Application of compressed equivalent sources for reconstructing scattered acoustic fields from underwater structures

AN Buchao<sup>1</sup>, HE Yuan'an<sup>2,3,4</sup>, SONG Hao<sup>5</sup>, HU Yu'an<sup>5</sup>, YAN Xiaowei<sup>5</sup>

(1. Ocean College, Zhejiang University, Zhoushan 314400, China; 2. National Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 3. Key Laboratory of Marine Information Acquisition and Security (Harbin Engineering University), Ministry of Industry and Information Technology; Harbin 150001, China; 4. College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 5. Systems Engineering Research Institute, China State Shipbuilding Corporation, Beijing 100094, China)

**Abstract:** This study addresses the limited accuracy in reconstructing scattered acoustic fields from underwater structures with sparse measurement points. Toward this end, a fused compressed equivalent source method (FC-ESM) is proposed. By integrating the compressed sensing framework with the equivalent source method, FC-ESM achieves sound field separation and reconstruction via single-layer pressure measurements through joint sparse representation of incident sources and modal coefficients of scattered equivalent sources. The results of the simulations verified that FC-ESM achieves the precise reconstruction of the scattered field in the cylindrical shell model and achieves much higher far-field recovery accuracy under sparse sampling conditions compared with conventional approaches. While mismatches in prior information of incident sources introduce reconstruction errors, the impact is minimal when incident sources are located in the far field. By incorporating incident virtual sources, FC-ESM can be adapted to a half-space environment or an ideal waveguide. Under single-layer measurement conditions, the applicability of the method was further verified by using lake trial data. Lake trials confirm that this method, using only a single-layer sensor array, achieves comparable accuracy in reconstructing the scattered acoustic field to traditional dual-layer measurement methods, significantly reducing the complexity of engineering implementation.

**Keywords:** acoustic scattering; equivalent source method; acoustic holography; compressed sensing; sound field separation; sound field reconstruction; waveguide; virtual source method

水下结构的散射声场重建是其隐身性能评估、声场主动控制等场景的重要环节。传统的结构声场重建方法主要为近场声全息类方法,包括基于空间

变换近场声全息<sup>[1-2]</sup>、边界元<sup>[3]</sup>、统计最优近场声全息<sup>[4-6]</sup>,以及等效源<sup>[7-8]</sup>等方法。其中等效源方法(也称为波叠加法),由于适用于任意形状声源、自动满足远场条件等好处,在结构声场重建中被广泛应用。该方法的主要缺陷,一是等效源的数量与位置的设置缺乏最优布放的指导理论,二是在求解逆

收稿日期:2025-06-25. 网络出版日期:2025-07-01.

作者简介:安步潮,男,博士研究生;

何元安,男,研究员,博士生导师.

通信作者:何元安,E-mail: heyuanan@sina.com.

问题过程中存在不稳定性,需要引入正则化<sup>[9-11]</sup>。特别是当测量点较少时,重建空间声场的难度较大。在散射声场重建问题中,由于入射声源与散射声源往往位于测量面的两侧,通常需要双层声压或者增加质点振速作为测量物理量用于声场的分离<sup>[12-13]</sup>,即多源声场的重建,因此对声场空间观测点数的需求量更大。总之,仅有结构附近单层少量的测点时,重建散射声场仍是难题。

压缩感知框架<sup>[14]</sup>被用于信号处理领域的稀疏恢复,可实现少量测点下的信号重建,其核心在于信号的稀疏表征。已有学者将这一框架应用于声场重建场景<sup>[15-18]</sup>。在等效源方法中应用压缩感知技术,最直接的使用方式是认为等效源本身具有稀疏性,称为压缩等效源法(compressed equivalent source method, C-ESM)<sup>[16]</sup>,该方法适用于离散点源及其组合的声场重建,但对于分布源还需寻找额外的稀疏基。Hald<sup>[17]</sup>对比了几种稀疏基下的等效源方法对分布源声场的重建性能,除 C-ESM 外,还比较了压缩振速模态等效源法(compressed velocity-mode equivalent source method, CVM-ESM)与压缩融合模态等效源法(compressed fused model equivalent source method, CFM-ESM)。其中 CVM-ESM 基于速度传输矩阵对等效源进行稀疏表征,适用于关注表面振动细节的声场重建;而 CFM-ESM 结合点源和振动模态表示,通过加权平衡两者贡献,适用于组合声源。Bi 等<sup>[18]</sup>提出了一种基于功率阻抗矩阵分解的压缩模态等效源法(compressed modal equivalent source method, CM-ESM),保留对声功率贡献大的低阶等效源模态,已经被证明适用于分布源的声场重建。

本文在 C-ESM 与 CM-ESM 的基础上,提出一种融合压缩等效源方法(fused compressed equivalent source method, FC-ESM)。该方法通过对入射声源进行稀疏点源建模,对散射声源进行等效源模态域稀疏建模,构建统一的优化框架,在仅需单层声压测量的条件下实现声场的有效分离与近/远场重建。此外,通过设置虚源,可使所提方法适用于半空间与理想波导环境。通过数值仿真及湖试数据验证了该方法的准确性与鲁棒性。

## 1 声场重建理论模型

### 1.1 压缩等效源方法

等效源法的核心是通过一组等效单极子点源的组合表征声场。假设等效源分布包含  $N$  个单极子点源,声压测点数量为  $M$ ,声压向量  $\mathbf{p} \in \mathbb{C}^M$  与等效源强度向量  $\mathbf{q} \in \mathbb{C}^N$  的线性关系为:

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{q} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  为声压传递矩阵,由自由场格林函

数得到,其元素可写为:

$$g(m, n) = j\rho_0 c_0 k \frac{\exp(jk|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n|)}{4\pi|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n|} \quad (2)$$

式中:  $\rho_0$  与  $c_0$  分别为介质密度与声速;  $k = \omega/c_0$  为波数;  $\mathbf{r}_m$  与  $\mathbf{r}_n$  分别为声压测点与等效源点的位置矢量。

由于测点数小于等效源点数,即  $M < N$ , 因此式(1)的求解存在不稳定性。通常在逆过程中采用基于 Tikhonov 正则化方法稳定求解过程:

$$\hat{\mathbf{q}} = \underset{\mathbf{q}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{q}\|_2^2 \quad (3)$$

其解的形式可以写成:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{p} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{H}$  表示矩阵的共轭转置;  $\lambda$  为正则化参数,用以平衡数据保真项和惩罚项;  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。

Tikhonov 正则化方法更倾向于让所有等效源都有小幅值,从而约束其总能量,而不是准确找出“起主要作用”的少数等效源。为此,压缩等效源方法引入  $\ell_1$ -范数正则化以强制解的稀疏性,表述为:

$$\hat{\alpha} = \underset{\mathbf{q}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{q}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{q}\|_1 \quad (5)$$

式(5)的求解可利用匹配追踪等技术快速求解,也可利用凸优化算法寻找全局最优解。

### 1.2 压缩模态等效源方法

当等效源非稀疏时,无法直接应用式(5)。引入功率阻抗矩阵  $\mathbf{R}$  的特征分解构建稀疏基:

$$\mathbf{R} = \frac{k^2 \rho_0 c_0}{8\pi} \begin{bmatrix} 1 & R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) & \cdots & R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_N) \\ R(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) & 1 & \cdots & R(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(\mathbf{r}_N, \mathbf{r}_1) & R(\mathbf{r}_N, \mathbf{r}_2) & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中:  $R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sin(k|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)/(k|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$ 。

可知  $\mathbf{R}$  是实对称阵,对  $\mathbf{R}$  进行特征值分解,表示为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^T \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{U}$  为特征向量矩阵;  $\mathbf{S}$  为特征值对角矩阵。将等效源强度投影到该基上,各阶系数记为  $\alpha$ , 即:

$$\mathbf{q} = \mathbf{U}\alpha \quad (8)$$

则式(5)可改写为:

$$\hat{\alpha} = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{p} - \mathbf{G}\mathbf{U}\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \quad (9)$$

此形式通过模态基  $\mathbf{U}$  提升解的稀疏性,适用于分布声源的重建。

### 1.3 融合压缩等效源散射声场重建模型

针对水下结构声散射场景,使用等效源模型分别对入射声源与散射声源建模,如图 1 所示。式(1)可写为:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{q}_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中  $p_i$  表示入射与散射叠加后的总声场。入射声源表示为某平面区域内的等效点源  $q_i$  的组合,  $q_i$  本身具有稀疏性。散射声源的等效源  $q_s$  设置在模型内部, 布放形状与结构共形。在结构散射场的等效建模中, 尤其是在低频,  $q_s$  难以满足稀疏性约束条件。因此使用 1.2 节中的压缩模态技术, 对散射声场进行模态域的稀疏表征, 并对入射等效源  $q_i$  与散射等效源模态系数  $\alpha$  同时进行  $\ell_1$ -范数约束。优化问题可写为:

$$\begin{bmatrix} \hat{q}_i \\ \hat{\alpha} \end{bmatrix} = \operatorname{argmin}_{q_i, \alpha} \left\| p_i - G \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i \\ \alpha \end{bmatrix} \right\|_2^2 + \lambda \left( \left\| q_i \right\|_1 + \left\| \alpha \right\|_1 \right) \quad (11)$$

在求解式(11)时, 入射声源与散射声源的稀疏程度可能不同, 因此实际求解中正则项  $\lambda \left\| \begin{bmatrix} q_i \\ \alpha \end{bmatrix} \right\|_1$  也可写为  $\lambda_i \left\| q_i \right\|_1 + \lambda_s \left\| \alpha \right\|_1$ , 由 2 个正则项系数分别控制。

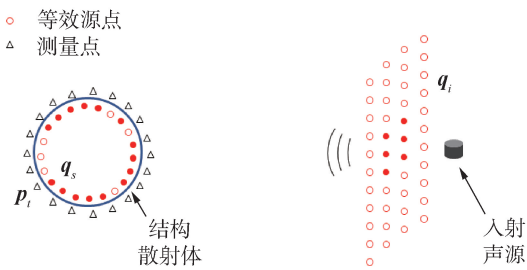


图 1 融合压缩等效源方法示意

Fig. 1 Schematic diagram of the FC-ESM

估计得到  $\hat{\alpha}$  后, 根据式(1)、(8), 重建的散射声场可表示为:

$$p_{sr} = G_r U \hat{\alpha} \quad (12)$$

式中:  $G_r$  为由重建点坐标与等效源点坐标构成的声压传递矩阵。

## 2 重建性能仿真分析

对本文提出的散射声场重建方法开展仿真验证。散射目标为单层圆柱壳模型, 柱体长度 12.2 m, 半径 1.5 m, 柱体两端为椭球冠, 壳体厚度 0.022 m, 如图 2 所示。入射声源设置为单位点源, 与散射目标的几何中心距离为  $d$ , 入射方向为  $(0, 0, 1)$ 。使用有限元方法, 设置完美匹配层模拟无限大水域, 计算水域内入射、散射声场。以空间采样间隔  $\Delta r_m$  提取模型近场柱面处的总声场值(入射与散射成分叠加), 作为重建算法的输入, 从中分离出散射场并输出高分辨率的重建结果。为了比较方法性能, 使用传统的声全息方法作为对比。传统方法需双层测点, 分别取半径  $r_1 = 2.5$  m 与  $r_2 = 3$  m 柱面上的测点, 本文方法仅采用半径  $r_1$  柱面上的单层

测点, 测量柱面的长度为  $L = 13$  m, 对比重建精度时不同方法使用的总测量点数相同。

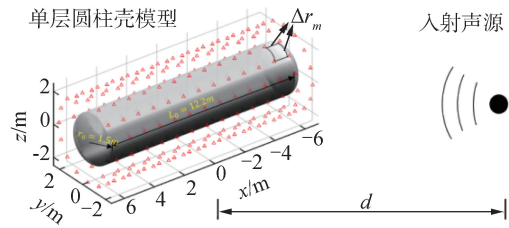


图 2 圆柱壳模型散射声场重建仿真示意图

Fig. 2 Schematic of the scattered acoustic field reconstruction simulation for a cylindrical shell

对比重建误差时, 使用归一化均方误差作为评价标准, 定义为:

$$E_{\text{NMSE}} = \frac{1}{M_r} \sum_{m=1}^{M_r} \frac{\| p_r - p_{\text{truth}} \|_2^2}{\| p_{\text{truth}} \|_2^2} \quad (13)$$

式中:  $M_r$  为空间重建点的数量;  $p_r$  为重建散射声场;  $p_{\text{truth}}$  为散射声场的真值。

### 2.1 测点分布影响

计算频率设置为 500 Hz, 入射距离  $d = 100$  m, 入射角度为正横方向入射。近场待重建面选为与内层测量面相同, 即半径为  $r_1$ , 长度为  $L$  的柱面, 重建空间点数  $M_r = 13\ 568$  (轴向测点数为 106, 周向测点数为 128, 即采样间隔  $\Delta r_m \approx \lambda/25$ ,  $\lambda$  为声波波长), 测量点数  $M_h$  分别取  $M_r/4, M_r/8$  及  $M_r/16$ 。除近场重建外, 对目标所在深度上的远场散射场进行重建(即图 2 中  $xoz$  平面), 重建距离为 1 000 m, 角度分辨率为  $1^\circ$ 。采用基于双层声压测量的柱面空间变换近场声全息<sup>[12]</sup>及最优统计近场声全息<sup>[6]</sup>方法, 与本文提出方法对比。

近场重建结果如图 3 所示, 远场重建结果如图 4, 归一化均方误差分别见表 1 与表 2。由于基于空间变换的近场声全息(near-field acoustic holography, NAH)及统计最优近场声全息(statistically optimized near-field acoustic holography, SONAH)方法在远场重建中表现不佳, 因此仅给出 FC-ESM 远场重建性能。并且由于测点仅取自于有限长柱面上, 端面处并无测点, 因此端面方向难以准确重建, 在误差计算中分别考虑  $30^\circ$  开角范围内(如图 4 标注区域所示)及全角度范围的前向、后向散射声场重建误差。

表 1 近场散射重建误差

Table 1 Near-field scattering reconstruction error

	dB		
测量 点数	双层 NAH	双层 SONAH	单层 FC-ESM
$M_r/4$	-7.6	-16.9	-13.7
$M_r/8$	-7.3	-11.5	-9.1
$M_r/16$	-3.3	-6.9	-4.3

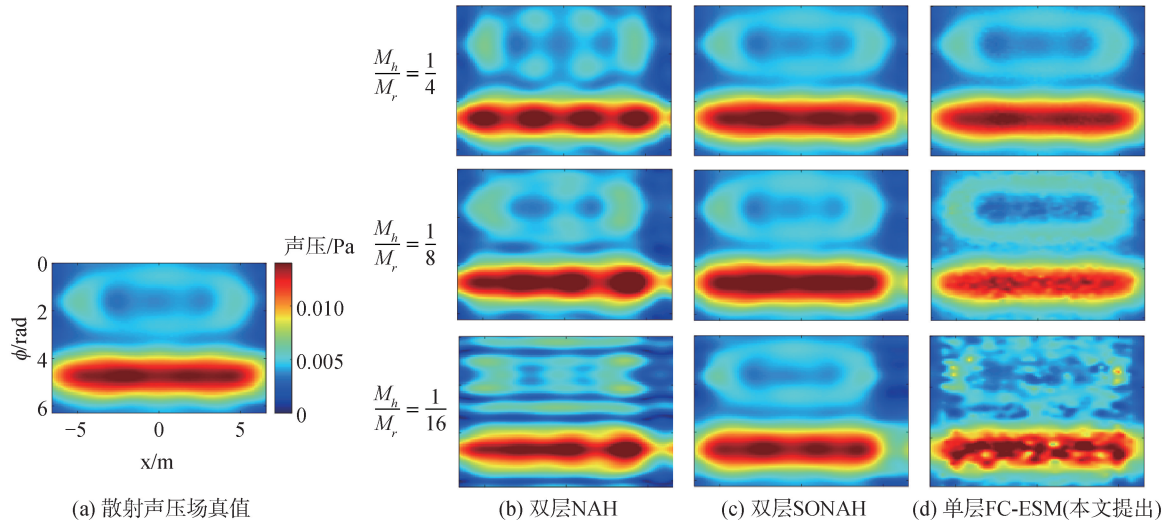


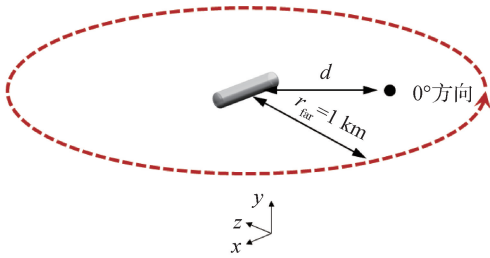
图 3 散射近场重建仿真结果

Fig. 3 Simulation results of near-field scattered acoustic reconstruction

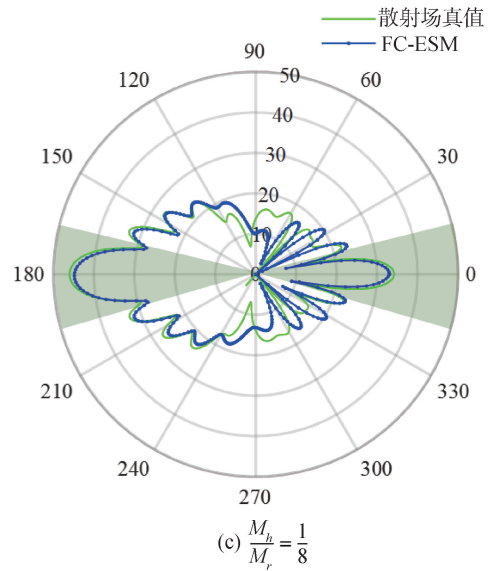
表 2 远场散射重建误差

Table 2 Far-field scattering reconstruction error

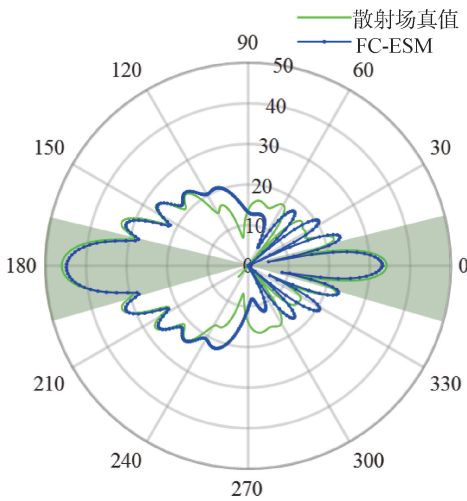
测量点数	$\pm 15^\circ$ 范围	全角度范围	dB
$M_r/4$	-8.9	-5.7	
$M_r/8$	-7.5	-4.0	
$M_r/16$	-3.7	0.3	



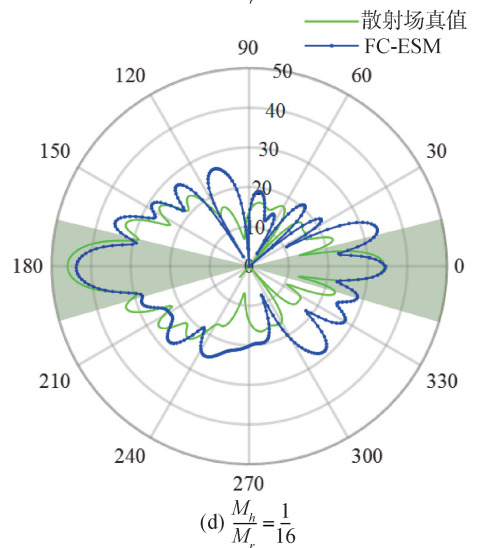
(a) 远场重建点示意



(c)  $\frac{M_b}{M_r} = \frac{1}{8}$



(b)  $\frac{M_b}{M_r} = \frac{1}{4}$



(d)  $\frac{M_b}{M_r} = \frac{1}{16}$

图 4 散射远场重建仿真结果

Fig. 4 Simulation results of far-field scattered acoustic reconstruction

由图 3 与表 1 可以看出,当测点数充足时,3 种方法均能有效地从总声场中分离重建散射近场,其中基于空间变换的 NAH 方法由于圆柱面轴向上的截断效应,在 3 种方法中误差最大;随着测点数减少,3 种方法的重建误差均在增加,SONAH 方法重建精度最高。这是因为 SONAH 通过正则化技术在逆问题求解中引入平滑约束,一定程度上降低了对测量误差的敏感性。

由图 4 与表 2 可以看出,除去测点缺失的端面角度外,FC-ESM 远场重建与经 Helmholtz 积分得到的基准值吻合得较好。这是由于 FC-ESM 利用散射等效源模态的稀疏性,保留了辐射效率较高的等效源模态,能够较好地恢复对远场有贡献的声场成分。因此,FC-ESM 虽然在近场的重建细节上有所损失,但在重建远场时表现出优势,特别是测点数较少的条件下。

2.2 入射先验影响

本文所提出的重建方法显著优势是仅依赖单层测点,简化了工程应用的复杂度,但其代价是需引入入射声源的位置先验信息,即入射源的三维空间坐标。由于在 1.3 节中已将实际入射源等效为一块平面区域内的等效源组合,这种建模策略赋予了重建模型内在的角度适应性,使其能够有效处理来自一定方位角区间内的声波入射,而非仅单一方。并且在开展声场重建之前,可充分利用测得的总声场对入射方位角进行初步的估计,帮助等效源平面区域的选取,确保等效源模型能够覆盖实际的入射角度范围。正是基于这种方位角的适应性和初步估计机制,暂未考虑入射角度的失配。相比之下,声源至测量面的距离往往更难准确估计,因此设置一定范围的距离失配,观察对重建误差的影响。

入射距离  $d$  分别设置为 65 m 和 200 m,入射等效源平面与圆柱壳的距离设置为  $d/2 \sim 3d/2$ 。入射角度为圆柱正横方向,测点数为  $M_r/8$ 。声场重建误差随距离偏差  $\Delta d$  的变化如图 5 所示。

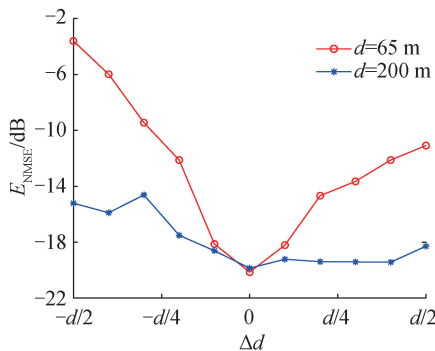


图 5 入射距离失配对声场重建误差的影响

Fig. 5 Effect of incident distance mismatch on acoustic field reconstruction errors

由图 5 中曲线的变化趋势可见,入射声源距离的失配会使重建误差增大,这是因为距离失配会导致等效源模型中虚源位置与实际反射路径的几何关系偏离,破坏声场稀疏表征的准确性。入射声源位于 200 m 时,距离失配的影响比 65 m 时小。这一现象源于声场传播特性的差异:在远场条件下,声波的球面波前趋近于平面波,距离的失配对源稀疏性的影响较小,可在等效源的幅度与相位上补偿,稀疏性约束更容易通过优化算法补偿几何偏差。因此,FC-ESM 在远场入射场景中通过调整等效源幅值比例和相位延迟,抵消距离失配引入的建模误差,而近场入射则需更严格的先验信息支撑。

2.3 波导环境影响

在实际场景中,声场分布还会受到水域环境的影响,特别是当频率较低或水深较浅时,声波容易受到水域边界的多次反射,空间分布特性与自由场环境有较大区别。

若考虑波导效应,则需要对 1.3 节问题建模中的 2 处设置进行修正:1)需在设置式 (10) 中  $q_i$  时增加其覆盖的空间范围,在垂直方向上超过波导深度的 2 倍以上,这样做的目的是将波导的反射作用以虚源的方式体现出来,如图 6 所示;2)在重建远场散射时,式 (12) 中的传递矩阵  $G_r$  需使用波导中的格林函数计算(可根据频率及波导特点选择适用的声传播模型得到)。

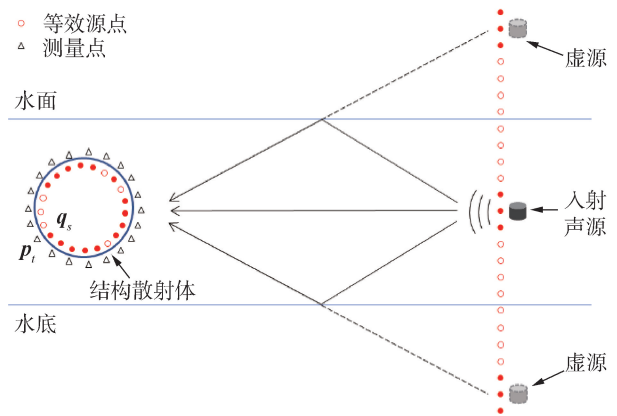


图 6 波导环境下等效源设置示意

Fig. 6 Setup of equivalent sources under waveguide conditions

下面对本方法在波导环境下重建散射声场的适用性开展仿真验证。圆柱壳模型位于水下 22 m 深处。入射声源靠近水面,位于水下 10 m。入射方位角度仍为圆柱壳正横方向,距离  $d$  为 100 m。将水域环境分别设置为半空间水域以及深度 40 m 的理想波导(水面为绝对软边界,水底为绝对硬边界)。近场待重建空间点数  $M_r$  与 2.1 节保持一致,测量点

数  $M_h$  取  $M_r/8$ 。使用虚源法对入射声源进行建模,半空间环境设置 1 个虚源,与真实声源距水面相同距离,幅值相等且相位相反;理想波导环境中,仅保留第一阶的 2 个虚源,分别模拟经水面与水底反射后的入射场。2 种环境下的声场重建结果分别如图 7 与图 8 所示。

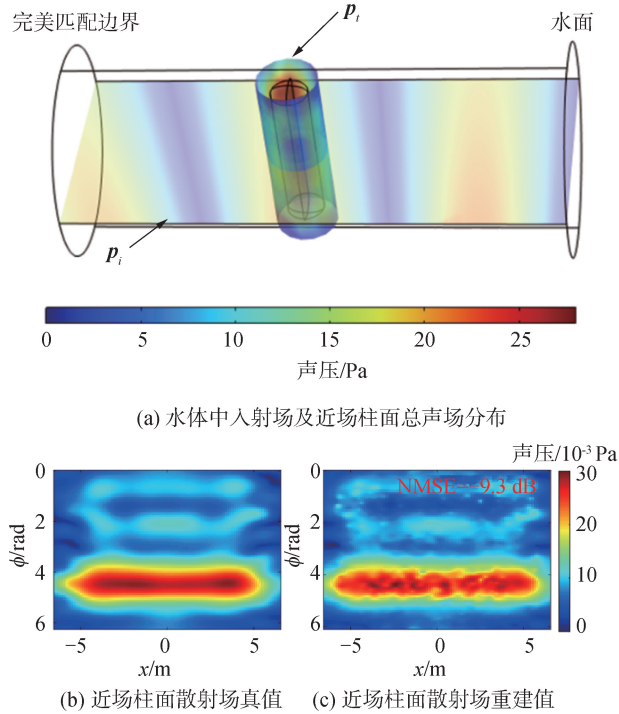


图 7 半空间环境下散射声场重建结果

Fig. 7 Sound field reconstruction in a half-space environment

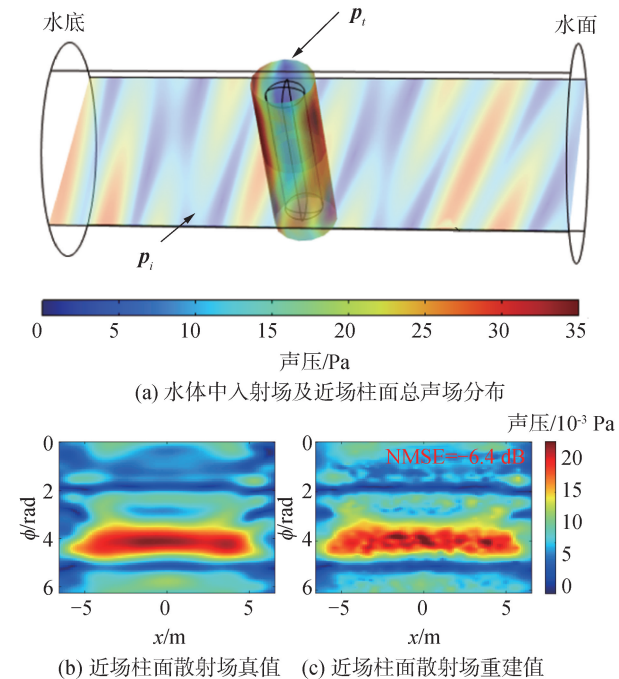


图 8 理想波导中散射声场重建结果

Fig. 8 Sound field reconstruction in an ideal waveguide

由图 7 与图 8 中的结果可知,2 种环境下本算例的重建精度分别为  $-9.3$  dB 与  $-6.4$  dB,可见本文方法对 2 种环境有较好的适用性。由于理想波导中仅保留了第 1 阶的 2 个虚源,使建模本身引入了近似,因此重建误差相对更大。本节仿真算例仅针对半空间及理想波导环境进行了验证,若波导环境存在地形或水体介质不均匀,通过稀疏虚源模拟环境效应的误差增大,方法的适用性需进一步验证。

### 3 湖试数据重建结果与分析

本文将使用湖试实测数据,进一步验证散射场分离重建性能。湖上试验系统布放如图 9 所示。入射声源与单层圆柱壳模型均位于水下 40 m 深,水平距离约为 100 m,水域深度达 80 m。入射声源方向为正横入射,即  $(0, 0, 1)$  方向,发射信号使用脉宽为 30 ms 的脉冲信号。在圆柱壳模型表面,安装了可在导轨上平移的双层水听器阵列,通过扫描测量的方式得到圆柱壳表面的总声场。圆柱壳几何尺寸与仿真模型相同,双层水听器阵列的半径分别为 2.5 m 与 3 m,每层各均匀分布 32 个水听器阵元。以 0.4 m 间隔在  $[-7.2$  m,  $7.2$  m] 范围内移动水听器阵列,共测量 37 个位置处的声场。

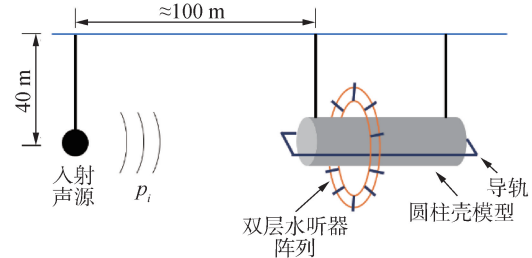


图 9 湖上试验系统布放示意

Fig. 9 Schematic diagram of the lake trial system deployment

首先对每次测量数据进行时间同步,截取直达部分从而抑制水面、水底边界反射的干扰。拼接得到内外 2 个柱面上的总声场,空间点数为  $37 \times 32$ 。然后根据所有的测点值,利用 SONAH 方法得到内层柱面上的散射声场,作为重建效果的对比评价标准,如图 10(c) 与 (g) 所示。对测量到的总声场(图 10(a)、(b) 与 (e)、(f)) 进行降采样,在不同采样点数下重建内层柱面散射声场,对比 SONAH 方法与 FC-ESM 方法的重建误差。对比重建误差时两者保持总测点数相同,重建误差如图 11 所示。可以看出,同样的测点数下,FC-ESM 方法的重建误差与 SONAH 方法相当。随着测点数的减少,重建误差会显著增加,超过 0 dB 时(误差能量大于信号能量)认为任务重建失败。但是在采样时 SONAH 测点分

布为双层,FC-ESM 则只在内层柱面上做了采样,在工程实践中更具优势。

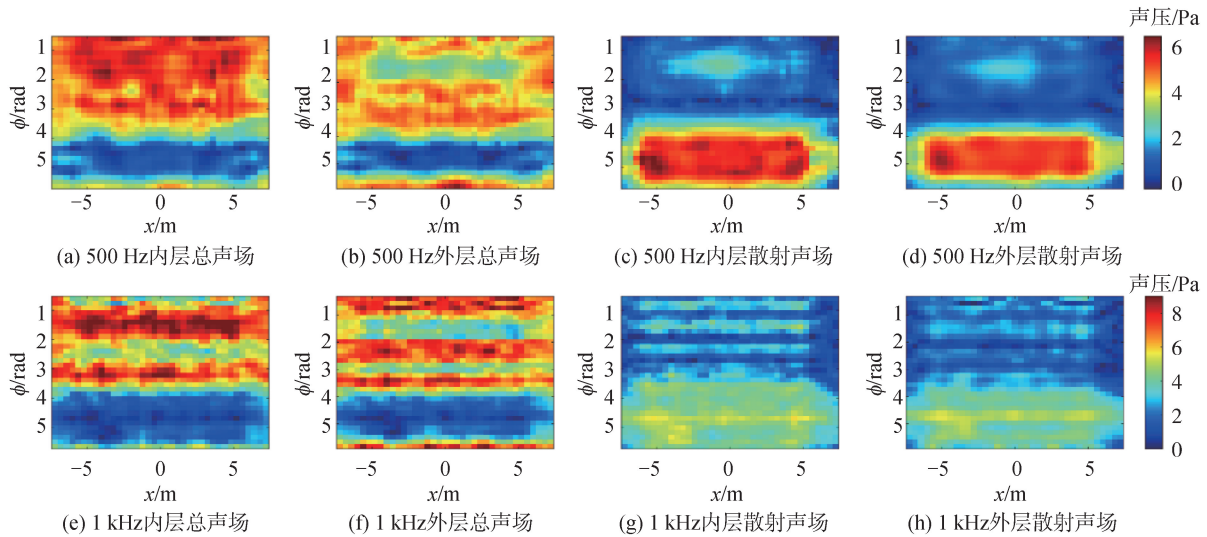


图 10 湖上双层扫描测试数据

Fig. 10 Test data from dual-layer scanning in lake trial

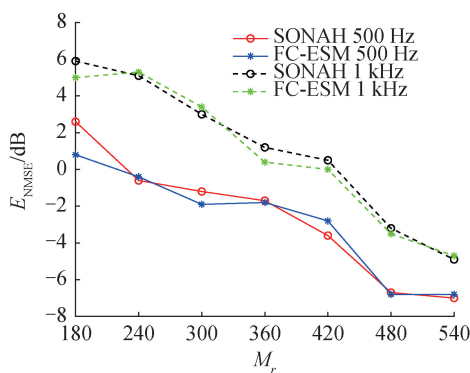


图 11 湖试数据重建误差对比

Fig. 11 Comparison of reconstruction errors in lake trial data

## 4 结论

1) 在散射声场重建场景中,传统方法需依赖双层测点或附加加速信息实现声场分离,而本文提出的融合压缩等效源方法通过将入射场建模为稀疏点源,散射场投影至模态稀疏基,实现单层测点条件下的声场分离与近、远场重建。利用有限元仿真数据及湖试双层扫描数据验证了方法的可行性,该方法在散射特性测量及散射声场主动控制等场景中存在应用潜力。

2) 针对波导边界条件对入射及散射的影响,FC-ESM 通过引入虚源表征波导边界的反射声场,结合压缩感知框架下的稀疏优化,完成了半空间及理想波导中散射场的重建。

FC-ESM 依赖于入射声源的先验信息,需通过辅助手段(如波达方向估计)预先获取入射声源的距离与方位。若距离先验信息失配,重建误差将上升。但当入射源位于远场时,距离失配的影响很小。

未来可通过自适应等效源平面动态调整策略,进一步降低对先验精度的要求。

随着频率升高,因波长缩短导致等效源模态间的相干性增强,稀疏表征效率下降,FC-ESM 将不再适用,此现象与压缩感知理论中的“字典相干性限制”一致。方法具体的频段适用边界需结合具体场景开展进一步研究。

## 参考文献:

- [1] WILLIAMS E G, MAYNARD J D, SKUDRZYK E. Sound source reconstructions using a microphone array [J]. The journal of the acoustical society of America, 1980, 68(1): 340-344.
- [2] WILLIAMS E G. Fourier acoustics: Sound radiation and nearfield acoustical holography [M]. London: Academic Press, 1999, 1:306.
- [3] BAI M R. Application of BEM based acoustic holography to radiation analysis of sound sources with arbitrarily shaped surfaces [J]. The journal of the acoustical society of America, 1992, 92(1): 533-549.
- [4] STEINER R, HALD J. Near-field acoustical holography without the errors and limitations caused by the use of spatial DFT [J]. International journal of acoustics and vibration, 2001, 6(2): 83-89.
- [5] 时胜国,郭小霞,王佳典,等. 矢量阵测量统计最优近场声全息的运动声源识别方法与实验研究 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2010, 31(7): 888-894.  
SHI Shengguo, GUO Xiaoxia, WANG Jiadian, et al. Moving sound source identification based on statistically optimized near field acoustical holography using vector hydrophone array measurements [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2010, 31(7): 888-894.
- [6] HALD J. Basic theory and properties of statistically opti-

- mized near-field acoustical holography[J]. The journal of the acoustical society of America, 2009, 125(4): 2105–2120.
- [7] KOOPMANN G H, SONG Limin, FAHNLIN J B. A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition[J]. The journal of the acoustical society of America, 1989, 86(6): 2433–2438.
- [8] 商德江, 钱治文, 何元安, 等. 基于联合波叠加法的浅海信道下圆柱壳声辐射研究[J]. 物理学报, 2018, 67(8): 125–138.  
SHANG Dejiang, QIAN Zhiwen, HE Yuan'an, et al. Sound radiation of cylinder in shallow water investigated by combined wave superposition method[J]. Acta physica sinica, 2018, 67(8): 125–138.
- [9] LEE S. Review: The use of equivalent source method in computational acoustics[J]. Journal of computational acoustics, 2017, 25(1): 1630001.
- [10] WILLIAMS E G. Regularization methods for near-field acoustical holography[J]. The journal of the acoustical society of America, 2001, 110(4): 1976–1988.
- [11] 肖友洪, 陈艺凡, 班海波, 等. 低信噪比环境下声场重建的正则化方法改进[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(11): 1657–1662.  
XIAO Youhong, CHEN Yifan, BAN Haibo, et al. The modified regularization method of acoustical reconstruction with low SNR[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020, 41(11): 1657–1662.
- [12] CHENG M T, III J A M, PATE A. Wave-number domain separation of the incident and scattered sound field in cartesian and cylindrical coordinates[J]. The journal of the acoustical society of America, 1995, 97(4): 2293–2303.
- [13] JACOBSEN F, JAUD V. Statistically optimized near field acoustic holography using an array of pressure-velocity probes[J]. The journal of the acoustical society of America, 2007, 121(3): 1550–1558.
- [14] CANDÈS E J, WAKIN M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE signal processing magazine, 2008, 25(2): 21–30.
- [15] 张子鑫, 肖友洪, 魏富康. 新型组合近场声全息技术[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2022, 43(2): 228–234.  
ZHANG Zixin, XIAO Youhong, WEI Fukang. Novel combined near-field acoustic holography[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2022, 43(2): 228–234.
- [16] FERNANDEZ-GRANDE E, XENAKI A, GERSTOFT P. A sparse equivalent source method for near-field acoustic holography[J]. The journal of the acoustical society of America, 2017, 141(1): 532–542.
- [17] HALD J. A comparison of compressive equivalent source methods for distributed sources[J]. The journal of the acoustical society of America, 2020, 147(4): 2211–2221.
- [18] BI Chuanxing, LIU Yuan, XU Liang, et al. Sound field reconstruction using compressed modal equivalent point source method[J]. The journal of the acoustical society of America, 2017, 141(1): 73–79.

### 本文引用格式:

- 安步潮, 何元安, 宋昊, 等. 压缩等效源在水下结构散射声场重建中的应用[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2025, 46(8): 1495–1502.  
AN Buchao, HE Yuanan, SONG Hao, et al. Application of compressed equivalent sources for reconstructing scattered acoustic fields from underwater structures[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2025, 46(8): 1495–1502.